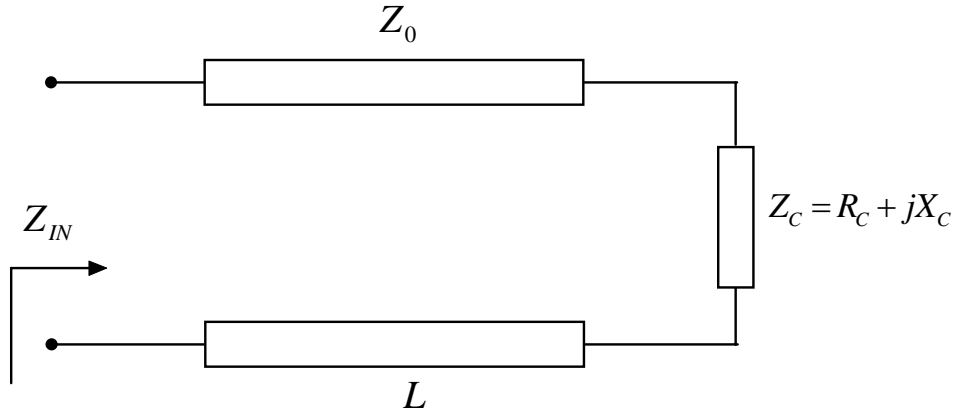


Trasporto Simbolico di impedenza



$$\begin{aligned}
 Z_{IN} &= Z_0 \cdot \frac{Z_C + j \cdot Z_0 \cdot \tan(\beta \cdot l)}{Z_0 + j \cdot Z_C \cdot \tan(\beta \cdot l)} = Z_0 \cdot \frac{Z_C + j \cdot Z_0 \cdot T}{Z_0 + j \cdot Z_C \cdot T} = \\
 &= Z_0 \cdot \frac{(R_C + j \cdot X_C) + j \cdot Z_0 \cdot T}{Z_0 + j \cdot (R_C + j \cdot X_C) \cdot T} = Z_0 \cdot \frac{R_C + j \cdot (X_C + Z_0 \cdot T)}{(Z_0 - X_C \cdot T) + j \cdot R_C \cdot T} = \\
 &= (\text{Razionalizzando}) = Z_0 \cdot \frac{[R_C + j \cdot (X_C + Z_0 \cdot T)] \cdot [(Z_0 - X_C \cdot T) - j \cdot R_C \cdot T]}{(Z_0 - X_C \cdot T)^2 + (R_C \cdot T)^2} = \\
 &= Z_0 \cdot \frac{R_C \cdot Z_0 - R_C \cdot X_C \cdot T + R_C \cdot X_C \cdot T + R_C \cdot Z_0 \cdot T^2}{Z_0^2 - 2 \cdot Z_0 \cdot X_C \cdot T + X_C^2 \cdot T^2 + R_C^2 \cdot T^2} + \\
 &\quad + \frac{j \cdot [X_C \cdot Z_0 - X_C^2 \cdot T + Z_0^2 \cdot T - X_C \cdot Z_0 \cdot T^2 - R_C^2 \cdot T]}{Z_0^2 - 2 \cdot Z_0 \cdot X_C \cdot T + X_C^2 \cdot T^2 + R_C^2 \cdot T^2} = \\
 &= Z_0 \cdot \frac{Z_0 \cdot R_C \cdot (T^2 + 1) + j \cdot [Z_0 \cdot X_C \cdot (1 - T^2) + (Z_0^2 - |Z_C|^2) \cdot T]}{Z_0^2 + |Z_C|^2 \cdot T^2 - 2 \cdot Z_0 \cdot X_C \cdot T}
 \end{aligned}$$

Separando quindi parte reale e parte immaginaria otteniamo:

$$\text{Re}(Z_{IN}) = Z_0 \cdot \frac{Z_0 \cdot R_C \cdot (T^2 + 1)}{Z_0^2 + |Z_C|^2 \cdot T^2 - 2 \cdot Z_0 \cdot X_C \cdot T}$$

$$\text{Im}(Z_{IN}) = Z_0 \cdot \frac{Z_0 \cdot X_C \cdot (1 - T^2) + (Z_0^2 - |Z_C|^2) \cdot T}{Z_0^2 + |Z_C|^2 \cdot T^2 - 2 \cdot Z_0 \cdot X_C \cdot T}$$

Per l'ammettenza di ingresso valgono formule analoghe: basta sostituire rispettivamente Z_0 con Y_0 , R_C con G_C e X_C con B_C , dove si ricorda che:

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0}$$

$$Y_C = \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{R_C + jX_C} = G_C + jB_C \quad \rightarrow \quad G_C = \text{Re}[Y_C] = \text{Re}\left[\frac{1}{R_C + jX_C}\right], \quad B_C = \text{Im}[Y_C] = \text{Im}\left[\frac{1}{R_C + jX_C}\right]$$

Da cui l'espressione di Y_{IN} :

$$Y_{IN} = Y_0 \cdot \frac{Y_0 \cdot G_C \cdot (T^2 + 1) + j \cdot [Y_0 \cdot B_C \cdot (1 - T^2) + (Y_0^2 - |Y_C|^2) \cdot T]}{Y_0^2 + |Y_C|^2 \cdot T^2 - 2 \cdot Y_0 \cdot B_C \cdot T}$$

Separando quindi parte reale e parte immaginaria otteniamo:

$$\text{Re}(Y_{IN}) = Y_0 \cdot \frac{Y_0 \cdot G_C \cdot (T^2 + 1)}{Y_0^2 + |Y_C|^2 \cdot T^2 - 2 \cdot Y_0 \cdot B_C \cdot T}$$

$$\text{Im}(Y_{IN}) = Y_0 \cdot \frac{Y_0 \cdot B_C \cdot (1 - T^2) + (Y_0^2 - |Y_C|^2) \cdot T}{Y_0^2 + |Y_C|^2 \cdot T^2 - 2 \cdot Y_0 \cdot B_C \cdot T}$$